

ARTICULANDO ENSINO DESENVOLVIMENTAL E INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM O GEOGEBRA EM PESQUISA SOBRE FORMAÇÃO DO CONCEITO DE ÁREA E PERÍMETRO

Kliver Moreira Barros¹

Duelci Aparecido de Freitas Vaz²

Elivanete Alves de Jesus³

INTRODUÇÃO

Este trabalho é o resultado de uma pesquisa que buscou investigar a formação de conceitos matemáticos em alunos do sexto ano do Ensino Fundamental do Colégio Estadual PM localizado em Caiapônia-GO em novembro de 2014 e é um recorte da dissertação do programa de Mestrado em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - IFG, Câmpus de Jataí.

O conteúdo abordado foi o conceito de área e perímetro de figuras planas, a base da geometria para as séries posteriores. Reflete a tentativa de reverter um ensino centrado em metodologias automáticas, desprovidas de significados para o aluno por aquelas que os colocam ativos no processo de aprendizagem.

Para o desenvolvimento da pesquisa, utilizou-se como base teórica a integração da Teoria do Ensino Desenvolvidor proposta por Davydov, a Investigação Matemática embasada em Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) e na utilização do *software* Geogebra com o intuito de responder à questão de pesquisa: quais as contribuições que esta integração proporciona para a formação de conceitos matemáticos?

¹ Mestre em Educação para Ciências e Matemática pelo IF Goiás - Jataí/GO (2015). Assessor Pedagógico, Coordenador dos Núcleos de Estágio e de Atividades Complementares e Extensão da Universidade de Rio Verde - Campus Caiapônia.

² Doutor em Educação Matemática pela UNESP-Rio Claro-SP. Professor dos Programas de Pós Graduação da Pontifícia Universidade Católica de Goiás e Instituto Federal de Goiás e Faculdade de Inhumas-Goiás.

³ Doutora em Educação Matemática pela UNESP-Rio Claro-SP.

A Teoria do Ensino Desenvolvimental propõe organizar e estruturar o ensino levando os alunos a formarem, ativamente, um novo nível de desenvolvimento intelectual, não apenas se adaptando ao nível de cognição já existente. A Investigação Matemática foi utilizada de modo que auxiliasse na interação entre os alunos e o professor, fazendo com que estes explorassem o objeto de estudo, formulassem conjecturas, fizessem testes e justificassem os conceitos. Para tanto, integrou-se às etapas da investigação com o Geogebra com o intuito de facilitar o processo de ensino-aprendizagem.

O processo de ensino-aprendizagem aqui proposto, segue as ideias de Libâneo (1994, p. 82), que o explica como sendo “[...] duas facetas de um mesmo processo. O professor planeja, dirige e controla o processo de ensino, tendo em vista estimular e suscitar a atividade própria dos alunos para a aprendizagem”. Além disso, o autor ainda coloca que:

A unidade ensino-aprendizagem se concretiza na interligação de dois momentos indissociáveis – transmissão/assimilação ativa de conhecimentos e habilidades, dentro de condições específicas de cada situação didática. As relações entre professor, aluno e matéria não são estáticas mas dinâmicas; por isso, falamos da atividade de ensino como um processo coordenado de ações docentes. A condução deste processo, como qualquer atividade humana, requer uma estruturação dos vários momentos do desenvolvimento da aula ou unidade didática (LIBÂNEO, 1994, p. 82).

Neste sentido, a mediação pedagógica realizada pelo professor tendo o Geogebra como instrumento possibilita ao aluno criar conjecturas e testá-las de acordo com cada etapa da resolução das atividades e, segundo Silva e Penteado (2009, p. 1075), “as próprias características do Geogebra possibilitam a criação de cenários para atividades investigativas, nos quais o aluno pode verificar propriedades de uma figura em um processo muito rápido”. Este princípio de autonomia do aluno se faz necessária para que este consiga desenvolver seu raciocínio lógico durante as tentativas de resolução, com acertos ou erros, podendo confirmar ou refutar cada resultado obtido.

Sendo assim, para que os alunos compreendessem a origem, o desenvolvimento histórico e importância social do conteúdo trabalho, a história da Matemática foi utilizada para introduzir os conceitos de Sistema de Medidas, fazendo com que os alunos consigam visualizar a essência dos conceitos de área e de perímetro de figuras planas de forma específica, podendo chegar às características gerais por meio de suas próprias formas de organizar suas

habilidades Matemáticas, compreendê-las e aplicá-las de forma coerente. Estes fatores não são vistos nas práticas dos alunos brasileiros e para Libâneo (2004, p. 16) ao se embasar nas ideias de Davydov aponta que o ensino da escola tradicional “é insuficiente para assimilar o espírito da ciência contemporânea e os princípios de uma relação criativa, ativa e de profundo conteúdo com a realidade [...]”.

1. REFERENCIAL TEÓRICO

1.1 A Investigação Matemática

O termo investigação pode ser utilizado em diversos contextos, para a Matemática “investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades” (PONTE *et al*, 2013, p. 13). O matemático português Bento Caraça (1958) *apud* Ponte *et al* (1999, p. 1) explicita que a ideia da investigação Matemática está relacionada ao fato de que, por meio desta metodologia, “descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições”.

Logo, o processo de construção da Matemática, de acordo com as etapas da Investigação Matemática proposta por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), pode surgir em variados momentos do processo de ensino-aprendizagem. Durante a investigação muitos procedimentos são necessários para o seu desenvolvimento e há várias possibilidades para que a construção de algum conceito matemático aconteça, sejam eles esperados ou não. Além disso, a definição do processo de ensino-aprendizagem de Libâneo coloca a Investigação Matemática como procedimentos idel para o desenvolvimento intelectual das crianças os quais são propostos por Davydov, já que, para Libâneo:

Pode-se dizer que a perspectiva histórico-cultural se aproxima de uma concepção sócio construtivista. É sócio porque compreende a situação de ensino-aprendizagem como uma atividade conjunta, compartilhada, do professor e dos alunos, como uma relação social entre professor e alunos frente ao saber escolar (LIBÂNEO, 2001, p. 2).

Para o matemático Braumann (2002, p. 5) *apud* Ponte *et al* (2013, p. 19)

[...] aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza Matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). [...] Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles.

A interação dos alunos com os conteúdos matemáticos cria possibilidade de construção de conceitos e este é o aspecto principal da investigação, envolver o aluno no processo de ensino-aprendizagem mediado pelo professor. No entanto, a investigação coloca os alunos em um papel de experimentação constante, a fim de aprenderem com os erros, criando possibilidades de resolução e discutindo com os colegas os resultados encontrados. Em relação a isso, Ponte *et al* (1999, p. 2) coloca que “as investigações Matemáticas fornecem bom contexto para que os alunos compreendam a necessidade de justificar as suas afirmações, ao expressar o seu raciocínio junto do professor e dos colegas”.

Segundo Ponte *et al* (2013, p. 21) a realização de uma investigação Matemática percorre quatro momentos, os quais podem acontecer em circunstâncias diferentes ou conjuntamente, o quadro a seguir mostra estes momentos e as atividades realizadas em cada um deles.

Quadro 1 – Momentos de realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Reconhecer uma situação problemática ▪ Explorar a situação problemática ▪ Formular questões
Conjecturas	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Organizar dados ▪ Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Realizar testes ▪ Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Justificar uma conjectura ▪ Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: Ponte *et al* (2013, p. 21).

A quadra citada anteriormente proporciona uma variação de métodos desenvolvidos pelos alunos para se chegarem a um resultado satisfatório, Oliveira *et al* (1999) *apud* Ponte *et al* (1999, p. 2) explicam que as investigações são importantes aliadas no campo educacional pois

(a) estimulam o tipo de envolvimento dos alunos necessário para uma aprendizagem significativa; (b) fornecem vários pontos de partida para alunos com diferentes níveis de capacidade; (c) estimulam um modo de pensar holístico, relacionando vários tópicos, o que é uma condição fundamental para um raciocínio matemático significativo; e (d) são

indispensáveis para fornecer uma visão completa da Matemática, já que elas são uma parte essencial da actividade Matemática.

Ao se inserir uma atividade investigativa, a principal hipótese é que os alunos utilizem os mais variados recursos matemáticos na resolução das tarefas, neste sentido as características de uma sequência investigativa citadas no quadro anterior devem surgir com uma estrutura consistente, fator que é de inteira responsabilidade do professor. De acordo com isso, Davydov (1988, p.32) afirma que “é sabido que o ensino e a educação alcançam as finalidades mencionadas se a atividade própria da criança está competentemente orientada”. Neste ponto a Investigação em Matemática é importante para a estruturação das aulas pelo professor, pois a sequência citada no quadro anterior fornece estas características para uma aula que estimule a capacidade dos alunos.

Concluindo, a Investigação em Matemática promove um ambiente estruturado com atividades que colocam os alunos como protagonistas de todo o processo de ensino-aprendizagem e o professor como mediador, promovendo a interação entre os alunos e deste com os conceitos matemáticos de tal forma que levem estes alunos a se desenvolverem mentalmente e se apropriem do conhecimento matemático de modo que consigam aplicá-los em momentos de resoluções de problemas do cotidiano.

1.2 A Informática na Educação Matemática

Para que os processos da Investigação em Matemática aconteçam de forma favorável ao estímulo dos alunos, o professor possui em seu alcance um instrumento computacional com muitas possibilidades e que está cada vez mais acessível. A informática pode auxiliar o professor no momento da elaboração de aulas mais instigantes e propicia “articular o processo de ensino aprendizagem, passando de um modelo baseado na informação para um modelo fundamentado na construção do saber” (VAZ, 2012, p. 40).

Para Vaz *et al* (2009, p. 103) “a tecnologia pode ser compreendida como o conhecimento que nos permite controlar e modificar o mundo”. Logo, a relação entre a Matemática e a tecnologia proporciona vários fatores que influenciam positivamente para uma transformação social. Ou seja, adequa a sociedade aos

novos aparatos e, conseqüentemente, eleva o nível intelectual dos indivíduos que nela estão inseridos.

Fazer com que os alunos construam os conceitos matemáticos por meio da experimentação e relação com o cotidiano utilizando *softwares* matemáticos possibilita aos professores realizarem atividades diagnósticas, com o intuito de analisar os processos realizados no decorrer das aulas, dando a capacidade de descrever os pontos fortes e fracos da metodologia utilizada para expressar os conteúdos.

A utilização da informática nas aulas de Matemática influencia abordagens que possibilitam aos alunos se apropriarem de seus próprios conceitos matemáticos por meio do contato com os objetos que muitas vezes aparecem imaginários nos livros didáticos. Para tanto, Merlo e Assis colocam que “o computador, pelas suas potencialidades em nível de cálculo, visualização, modelação e geração de micro mundos, é o instrumento mais poderoso que atualmente dispõem os educadores matemáticos para proporcionar este tipo de experiência aos seus alunos” (2010, p. 9).

Os *softwares* educacionais matemáticos proporcionam aos alunos a visualização com facilidade a partir de comandos simples, o que facilita a compreensão. Merlo e Assis colocam que:

O desenho associado ao objeto geométrico desempenha um papel fundamental na formação da imagem mental. Para o aluno nem sempre fica claro que o desenho é apenas uma instância física de representação do objeto. Se por um lado o desenho auxilia na construção do conhecimento e entendimento do objeto geométrico, por outro lado, pode ser um obstáculo a este entendimento (2010, p. 11).

Estes fatores impulsionam o uso correto das tecnologias informáticas nas aulas de Matemática e de outras disciplinas, mostrando que seu papel é de intermediar o aluno e os conceitos matemáticos, transformando a maneira com que o processo de ensino-aprendizagem ocorre. É neste ponto que o aluno, ativo durante todo o processo, consegue se apropriar de conceitos de forma significativa, tendo a possibilidade de estar ativo na sociedade em que está inserido. Transformar os alunos em indivíduos críticos e conscientes é uma das funções da educação Matemática e isto é possibilitado por meio de metodologias que estimulem o pensamento crítico.

Além disso, comprovando que a utilização de TIC no processo de ensino-aprendizagem com embasamento na Teoria do Ensino Desenvolvimental é viável, Davydov (1988, p. 140) afirma que:

O computador, quando incorporado à estrutura integral da atividade de aprendizagem tem provado ser um instrumento eficaz na organização e manejo desta atividade, além de ser um instrumento que possibilita o monitoramento dos resultados da aprendizagem. [...] A utilização de computadores favorece o desenvolvimento do pensamento teórico, o que, em certo sentido, pode chamar-se programador ou “programador” ou “operatório”; este pensamento permite aos escolares utilizar os meios lógico-matemáticos para a programação e o planejamento de suas próprias ações cognitivas.

Esta afirmação demonstra que o computador e os *softwares* pedagógicos, utilizados de maneira adequada à teoria de ensino voltada à apropriação de conceitos, são importantes dispositivos que auxiliam o professor na mediação pedagógica, fatores essenciais para que os alunos se desenvolvam teoricamente de maneira que a essência do processo educativo atinja seu objetivo.

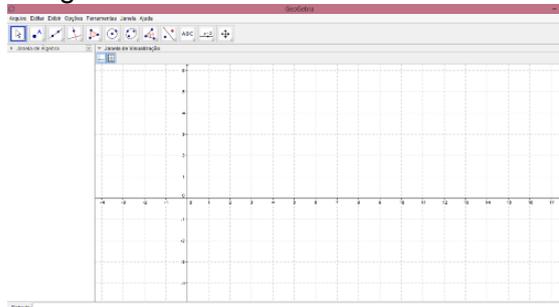
1.2.1 O *software* Geogebra

O Geogebra foi criado pelo austríaco Markus Hohenwarter na Universidade de Salzburg na Áustria no ano de 2001, com o intuito de melhorar o rendimento dos alunos no que diz respeito ao conhecimento matemático em seus mais variados aspectos, desde a visualização de elementos gráficos que seriam impossíveis sem este instrumento até a formalização e generalização de conjecturas e apropriação de conceitos por meio da opção de movimentar os objetos (VAZ E JESUS, 2014, p. 62). É um *software* livre de fácil instalação e sofre várias atualizações periódicas para melhoria das funções.

A última versão, atualizada em 2014 trouxe ferramentas de visualização em 3D, ou seja, em três dimensões, o que tornou o *software* ainda mais completo para os níveis Fundamental, Médio e Superior. As figuras a seguir mostram as telas iniciais do *software*, as janelas de visualização de Álgebra, Geométrica e o Campo de Entrada, antes e depois da atualização com formato 3D, que também tem a Janela de Visualização 3D. A versão de 2013 foi utilizada na aplicação da pesquisa, pois os computadores do LIE são previamente equipados com vários *softwares* educativos e as atualizações não são permitidas a não ser que o

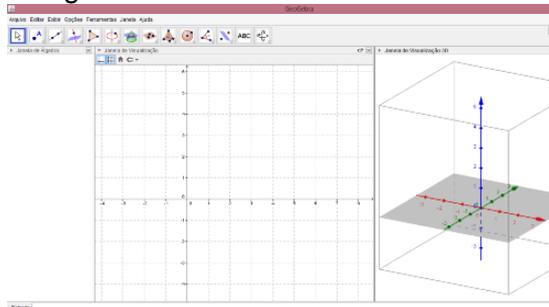
técnico em informática da empresa responsável pela manutenção das máquinas as faça.

Figura 1 – Página inicial do *software* Geogebra – versão 2013



Fonte: Elaborada pelo autor, 2014.

Figura 2 – Página inicial do *software* Geogebra – versão 2014



Fonte: Elaborada pelo autor, 2014.

O *software* matemático Geogebra é caracterizado como um instrumento computacional dinâmico, que possibilita ao usuário em geral visualizar elementos matemáticos de diversas formas algébricas e geométricas. Sua utilização possibilita ao professor várias maneiras de demonstrações Matemáticas que não seriam possíveis utilizando instrumentos tecnológicos tradicionais ou outros *softwares* matemáticos que não possuem esta característica dinâmica. Para Vaz (2012, p. 40) o *software* Geogebra “se enquadra na categoria da geometria dinâmica, livre, permitindo uma boa interatividade, possibilitando trabalhar teoremas, construção de conceitos, testar hipóteses e fazer releituras importantes de conteúdos matemáticos”.

O Geogebra foi utilizado na pesquisa por suas características se familiarizarem com as teorias educacionais que embasaram a pesquisa, já que, conforme explicita Vaz (2012, p. 40) este *software* traz:

[...] a possibilidade de trabalhar com o aluno, permitindo que o saber seja obtido através da interação realizada em atividades planejadas. Assim, podemos articular o processo de ensino aprendizagem, passando de um modelo baseado na informação para um modelo fundamentado na construção do saber.

Além destes fatores, outra justificativa para o uso deste *software* está relacionada com a facilidade de entendimento e manuseio, pois conforme mostrou Vaz (2012, p. 50) ao concluir sua pesquisa utilizando este instrumento, afirmou que “visualizamos a versatilidade do *software* que permite um aprendizado significativo de suas principais ferramentas e que apresenta uma possibilidade importante que é a de permitir o usuário motivado ser autodidata”.

São características como estas que colocam o aluno numa posição mais independente e ativa no processo de ensino-aprendizagem.

1.3 A Teoria do Ensino Desenvolvimental

1.3.1 Alguns conceitos preliminares referentes à Teoria do Ensino Desenvolvimental

Com o intuito de definir pontualmente alguns conceitos que são primordiais para um maior entendimento da Teoria Histórico-cultural e da Teoria do Ensino Desenvolvimental, seguem algumas definições esclarecedoras de elementos essenciais para o entendimento e desenvolvimento deste trabalho quanto ao embasamento teórico que estruturou as atividades de estudo aplicadas. Estes termos são os seguintes: mediação, interação, internalização, generalização e apropriação.

Libâneo (2009, p. 17), embasando na colocação de Leonir (1999) sobre o processo de mediação, explica claramente que o autor reconhece no processo de ensino-aprendizagem, “[...] a existência de dois processos de mediação: aquele que liga o sujeito aprendiz ao objeto de conhecimento (relação S – O), chamado de mediação cognitiva, e aquele que liga o formador professor a esta relação S – O, chamado de mediação didática”. Neste momento fica evidenciada a importância do papel do professor desde a estruturação das atividades de estudo até sua aplicação e posterior análise.

Sobre o termo interação, baseado na Teoria Histórico-cultural e no Ensino Desenvolvimental, Puentes e Longarezi (2012, p. 14), explicam que:

As funções psíquicas, especificamente humanas, têm o seu processo de origem e estabelecimento decorrentes da interiorização da atividade externa dos homens, que se transforma em atividade interna mediante a atividade desse sujeito nas suas interações com os outros homens e com a natureza.

Assim sendo, a interação necessita acontecer de modo que os alunos consigam formar os conceitos e as ações mentais. Puentes e Longarezi (2012, p. 10) afirmam que:

Assim, a formação do conceito não se efetiva pela assimilação de seu conteúdo, mas pela aplicação dos signos, tendo em vista verificar se há no material o fenômeno que reflete o conceito. Por último é importante afirmar que novas ações e novos conceitos são adquiridos pela interação com os objetos a eles relacionados, mediatizados por

conceitos e ações previamente adquiridos ou pela atividade material e psíquica.

O processo de internalização, segundo Puentes e Longarezi (2012, p. 17), está relacionado à aprendizagem. Os autores explicam que:

Assimilar, reproduzir, interiorizar e internalizar são termos que, dentro da teoria histórico-cultural, têm o mesmo significado e podem ser entendidos como sinônimo de aprender ou aprendizagem. Todos eles definem a capacidade humana de transformar a experiência social em experiência individual (o passo do interpsicológico ao intrapsicológico).

O desenvolvimento intelectual dos alunos acontece no momento em que conseguem fazer com que os conceitos externos (pensamento empírico) façam o trânsito do externo (geral) para o interno (individual) e este processo é denominado de internalização. Davydov (1988, p. 31) explica que

Precisamente nesta passagem das formas externas, realizadas, coletivas, da atividade, às formas internas, implícitas e individuais da realização da atividade – ou seja, no processo de interiorização, de transformação do interpsíquico em intrapsíquico – é que acontece o desenvolvimento psíquico do homem.

O termo generalização está relacionado diretamente aos conceitos científicos, já que estes, para Puentes e Longarezi (2012, p. 8):

[...] se caracterizam por constituírem os elementos essenciais da experiência social, as conquistas das gerações anteriores, na forma de imagens abstratas e generalizadas, que os alunos assimilam convertendo-as em experiência individual própria e em elementos de seu desenvolvimento intelectual.

Quanto a isso, Vygotsky *apud* Davydov (1988, p. 44) define que o termo generalização “[...] é o prisma que refrata todas as funções da consciência. Ao fazer a associação entre a generalização e comunicação, vemos que a generalização é uma função da consciência como um todo, não somente do raciocínio. Todas as transações da consciência são generalizações”.

A formação de conceitos se concretiza por meio da generalização, para Davydov (1988, p. 59) “na literatura psico-didática e sobre métodos de ensino, a generalização se caracteriza como a via fundamental para a formação de conceitos nos escolares”.

A apropriação dos conceitos está ligada à reprodução das características essenciais dos conceitos, nos quais os alunos se utilizam durante sua prática diária. Para Davydov (1988, p. 31) este processo “[...] leva o indivíduo

à reprodução, em sua própria atividade, das capacidades humanas formadas historicamente. Durante a reprodução, a criança realiza uma atividade que é adequada (mas não idêntica) à atividade encarnada pelas pessoas nestas capacidades”.

[...] apropriar-se do conceito de um objeto implica executar uma determinada ação encaminhada à “transformação” do objeto, mas não necessariamente à “transformação” de sua natureza interna mas sim de sua modificação de objeto desconhecido em objeto conhecido; isto é, de objeto em si, a objeto para si. Junto com a transformação do objeto do conhecimento, o sujeito se transforma a si mesmo produzindo modificações significativas no seu desenvolvimento, seja no plano funcional (quantitativo) seja no evolutivo (formação de um nível psicofisiológico novo) (PUENTES; LONGAREZI, 2012, p. 9).

Além disso, os autores ainda afirmam que “[...] a principal característica do processo de apropriação ou de “aquisição” do conhecimento teórico é, portanto, a criação no homem de aptidões novas, funções psíquicas novas, sob a base da atividade conceitual” (PUENTES E LONGAREZI, 2012, p. 10).

1.3.2 A Teoria do Ensino Desenvolvimental de V. V. Davydov

A Teoria do Ensino Desenvolvimental formulada por Vasily Vasilyevich Davydov oferece uma base teórico-metodológica para o ensino e se constitui um desdobramento e uma aplicação pedagógica da Teoria Histórico-cultural fundada por Vygotsky.

Esta teoria surgiu a partir das angústias de Davydov à cerca da maneira como a escola russa da época tratava o processo de ensino-aprendizagem nas escolas. “Ele considerava insuficiente a escola que passava aos alunos apenas informação e fatos isolados” e, com um projeto de formar novos homens na sociedade em que estava inserido, via de perto os problemas escolares, “[...] esperava da escola que ensinasse os alunos a orientarem-se com autonomia na informação científica e em qualquer outra esfera do conhecimento, ou seja, que os ensinasse a pensar dialeticamente mediante um ensino que impulsionasse o desenvolvimento mental” (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 315).

A Teoria do Ensino Desenvolvimental é uma proposta “[...] de ensino-aprendizagem que ressalta a influência da educação e do ensino no desenvolvimento dos alunos” (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 316). Nesta afirmação, educação e ensino estão postas com seu significado real, ou seja, educação como sendo a formação e desenvolvimento da capacidade intelectual

dos alunos, e ensino a ação ou conjunto de métodos para que este desenvolvimento intelectual aconteça (AULETE, 2004).

Libâneo e Freitas (2013) afirmam que, para Davydov, o ensino mais adequado para a sociedade atual é aquele que transforma os alunos, social e pessoalmente, “[...] que o ajude a desenvolver a análise dos objetos de estudo por uma forma de pensamento abstrata, generalizada, dialética”. As etapas seguidas nas pedagogias tradicionais eram: i) primeiro eram aprendidas as características aparentes dos objetos; ii) em seguida os objetos eram comparados uns com os outros e classificados; iii) essas etapas resultavam na aquisição de conhecimentos empíricos pelos alunos.

Se contrapondo ao método tradicional da pedagogia utilizada, Davydov propôs uma tese inversa, a qual seguiam os seguintes passos: i) primeiro os alunos devem aprender o aspecto genético e essencial dos objetos, ligado ao modo próprio de operar a ciência; ii) depois, utilizando o método geral, os alunos resolvem tarefas concretas; iii) compreendendo a articulação entre o todo e as partes e vice-versa. Estas etapas mentais foram definidas por Davydov como pensamento teórico. Esta proposta foi desenvolvida como sendo o objetivo principal de sua pesquisa de doutorado tendo como base “as peculiaridades psicológicas da formação do pensamento nos alunos, sobretudo a abstração, a generalização e o conceito, enquanto bases para a estruturação das disciplinas escolares” (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 318).

Como desdobramento da Teoria Histórico-Cultural, acreditava que as relações entre as crianças e as pessoas que as cercam são transformadas e internalizadas. Libâneo e Freitas (2013) afirmam que o aspecto essencial do aprendizado é que ele faz surgir, estimula e ativa na criança processos internos de desenvolvimento. Condição indispensável é a relação entre a criança e os que os cercam que se convertem em aquisições internas.

Seguindo a lógica do pensamento do materialismo dialético marxista, Davydov afirmava que toda “[...] atividade humana é compreendida como um processo em que a realidade é transformada pela atuação criativa dos seres humanos, originalmente pelo trabalho e do qual derivam todos os demais tipos de atividade humana mental e material” (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 330). É por meio da atividade que os alunos conseguem se apropriar e reproduzir em si mesmos as atividades coletivas realizadas social e historicamente.

A atividade de estudo proposta por Davydov foi fundamentada em Leontiev. No entanto, Davydov introduziu vários fatores importantes para a estrutura psicológica da atividade, entre os quais se destaca a motivação ou o desejo. A motivação impulsiona o desejo em querer aprender o conteúdo que se está sendo abordado, em se apropriar dos conceitos históricos que foram essenciais para o desenvolvimento da humanidade.

Fundamentando-se em Leontiev, Davydov identificou o conhecimento teórico como o conteúdo central e específico da atividade de aprendizagem dos alunos. Esta atividade supõe, em primeiro lugar, a necessidade dos alunos de se apropriarem da experiência social e histórica da humanidade, ou seja, os objetos de conhecimento (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 331).

A elaboração das atividades de estudo precisa ser realizada de forma que consigam formar nos alunos o pensamento teórico-científico, este é o papel do professor. Libâneo e Freitas (2013, p. 332) expõem que “para cumpri-lo, [...] o professor deve investigar o aspecto ou relação nuclear do objeto de estudo, na qual aparecem as relações fundamentais de sua gênese e transformação histórica, expressando seu princípio geral”.

Para chegar ao conceito do objeto, o pensamento do aluno segue o caminho da abstração e generalização. Seu pensamento precisa realizar o trânsito e as transformações do objeto desde sua manifestação abstrata até sua manifestação concreta, desde seu caráter generalizado ao seu caráter singular (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 335).

Em síntese, aplicar o Ensino Desenvolvimental para a apropriação de conceitos significa empregar meios de organização do ensino que levem os alunos a alcançarem, ativamente, novo nível de desenvolvimento de suas competências intelectuais e não simplesmente a adaptarem-se ao nível de desenvolvimento presente, já formado (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 344). É, acima de tudo, colocar os alunos em uma situação de aprendizagem os quais consigam internalizar os conceitos estudados de forma que possam empregá-los como ferramenta de mediação para resolverem problemas específicos do cotidiano, transformando o meio em que estão inseridos por meio de sua participação ativa e crítica no processo de desenvolvimento social.

Os principais marcos teóricos da Teoria do Ensino Desenvolvimental os quais foram resultados das pesquisas de Davydov e precisam estar presentes

na estrutura das atividades de estudo são: a aprendizagem vai do interpessoal para o intrapessoal; o papel da escola é ensinar conceitos; a atividade precede o desenvolvimento; o método de ensino-aprendizagem deriva do conteúdo a ser estudado; o método vai do geral para particular; a atividade deve atingir o núcleo do objeto; a utilização da história do objeto é importante no processo de ensino-aprendizagem; o contexto do aluno e sua relação com os conteúdos estudados e o desejo e a motivação são importantes na estrutura das atividades.

1.3.3 O papel do professor no Ensino Desenvolvimental

Seguindo as concepções de Leontiev e de Davydov sobre a atividade de estudo e o professor, Longarezi e Franco (2015, p. 107) apontam que

[...] a atividade de estudo se realiza mediante determinadas ações que sejam intencionalmente – atividade de ensino organizada pelo professor – planejadas para a satisfação de necessidades coletivas do grupo de estudantes e precisam ser organizadas de modo que os motivos coincidam com a finalidade da ação, só assim se constituirão atividade para os sujeitos estudantes.

Assim sendo, o professor deve estruturar as atividades de estudo de modo que estas façam sentido para os estudantes. Em outras palavras, que elas também sejam consideradas atividades que desenvolvam o pensamento científico nos estudantes que, por sua vez, sintam que as atividades sejam necessárias para seu desenvolvimento.

Libâneo e Freitas (2013, p. 338) expõem o papel do professor ao afirmarem que “[...] na estrutura da atividade de estudo, as ações propostas pelo professor precisam propiciar aos alunos a descoberta das relações originais e relevantes do objeto de estudo”. Porém, “[...] o professor não expõe aos alunos a noção” do objeto de estudo, ele organiza as tarefas de modo que os alunos façam exercícios sobre a noção nuclear e “dessa forma, os alunos descobrem as condições de origem do objeto que estão aprendendo, isto é, a relação geral, principal do conteúdo, produzindo em seu pensamento a generalização substantiva” (LIBÂNEO E FREITAS, 2013, p. 339).

A partir de todos os conceitos e procedimentos citados anteriormente que devem ser seguidos e utilizados por parte dos professores quanto à estruturação das atividades de estudo, Libâneo (2009, p. 21) afirma que

O objetivo primordial do professor na atividade de ensino é promover e ampliar o desenvolvimento mental de seus alunos, provendo-lhes os modos e as condições que assegurem esse desenvolvimento. Em termos práticos, significa o professor fornecer ao aluno as condições para o domínio dos processos mentais para a interiorização dos conteúdos, formando em sua mente o pensamento teórico-científico.

A Teoria do Ensino Desenvolvimental coloca o professor numa posição de mediador entre os conceitos e os alunos. Além disso, o coloca também com uma grande responsabilidade no momento de estruturar as atividades de forma que todos os objetivos citados sejam alcançados de maneira significativa. Ou seja, fazer com que os alunos consigam internalizar os conceitos de tal forma que possam utilizá-los de forma ampla e com maior habilidade.

2 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada em Caiapônia-GO, no Colégio Estadual PM. O município, segundo os dados do IBGE (2010), possui uma área de 8353,2 km² e pertence, de acordo com a figura 1 a seguir, a Mesorregião Sul Goiano e Microrregião do Sudoeste de Goiás, conta 16.757 habitantes, com estimativa de 17.962 para o ano de 2014.

A turma conta com 29 alunos, sendo 13 do sexo feminino e 16 do sexo masculino, destes, apenas uma aluna reside na zona rural. Os alunos ficaram eufóricos com a ideia de estudar Matemática no LIE e no pesquisador surgiu a dúvida de conseguir alcançar crianças tão necessitadas de atenção, levar a elas novas formas de estudar a Matemática e, além de tudo, conseguir utilizar a euforia de estudar no Laboratório de Informática conteúdos de Matemática como motivação em estudar, já que 85% dos alunos nunca haviam estudado Matemática no Laboratório de Informática da escola. Além deste fator que causou euforia no momento da aplicação da proposta, 65% dos alunos nunca haviam estudado Matemática com a utilização do computador, os que já estudaram utilizaram apenas vídeos e textos históricos, não tiveram *softwares* matemáticos como instrumento de aprendizagem.

2.1 Metodologia de Pesquisa

Quanto aos objetivos, a pesquisa se caracterizou como exploratória, o que proporciona maior familiaridade com o problema a fim de explicitá-lo. Quanto aos procedimentos técnicos, a pesquisa foi um estudo de campo, pois a investigação foi efetuada no local onde os fenômenos acontecem, já que os

alunos foram levados ao LIE da própria unidade escolar, pois a metodologia a ser utilizada exigiu o uso de computadores.

Esta pesquisa adotou o materialismo histórico-dialético para analisar as práticas dos alunos no decorrer das atividades, já que este método é adequado a situações em que se deseja conhecer mais sobre o fenômeno estudado.

A pesquisa foi um estudo de caso que, segundo Lorenzato e Fiorentini (2012, p. 110)

O caso não significa apenas uma pessoa, grupo de pessoas ou uma escola. Pode ser qualquer sistema delimitado que apresente algumas características singulares e que façam por merecer um investimento investigativo especial por parte do pesquisador. Neste sentido, o caso pode ser uma instituição, um programa, uma comunidade, uma associação, uma experiência, um grupo de professores de uma escola, uma classe de alunos ou até mesmo um aluno diferente dos demais que apresente características peculiares.

Para Triviños (2013, p. 133) “entre os tipos de pesquisa qualitativa característicos, talvez o estudo de caso seja um dos mais relevantes” e define como sendo “uma categoria de pesquisa cujo objeto é uma unidade que se analisa profundamente”.

2.2 Instrumentos e procedimentos de coleta de dados

A coleta das informações durante as aulas foi efetuada por meio de gravações audiovisuais e, após cada aula, as informações relevantes da atuação dos alunos foram descritas através do Diário de Campo ou de Bordo, que, para Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 118), é “um dos instrumentos mais ricos de coleta de informações durante o trabalho de campo [...]. É nele que o pesquisador registra observações de fenômenos, faz descrições de pessoas e cenários, descreve episódios ou retrata diálogos”. Além do pesquisador, cada aluno teve um Diário de Bordo para anotar todas as ocorrências que acharam interessantes ou importantes durante a aula, inclusive o professor regente da turma, o qual participou de todas as aulas.

Triviños (2013) descreve algumas características das anotações de campo de natureza descritiva, com algumas recomendações que podem ajudar a alcançar resultados mais satisfatórios. A descrição dos comportamentos, ações, atitudes devem ser elaboradas da forma como elas se apresentam para o observador.

As filmagens, após serem descritas e analisadas, foram categorizadas de acordo com as indicações de Fiorentini e Lorenzato (2012), os quais apontam que nos momentos das análises, o pesquisador deve ser flexível para que consiga ajustar a melhor direção da pesquisa e a problemática. Para que este processo acontecesse de forma efetiva foi necessário o uso de categorias que devem estar relacionadas com a ideia central da pesquisa. Cabe salientar que essa categorização foi embasada de acordo com as características elencadas por Davydov, referentes ao Ensino Desenvolvimental que é, juntamente com a Investigação Matemática, a base pedagógica e metodológica da proposta.

2.3 Descrição e justificativa das atividades

As Expectativas de Aprendizagem foram formular, analisar e resolver situações do cotidiano que envolva perímetro e área. As atividades foram assim distribuídas:

ATIVIDADE 1: Introdução dos conceitos de perímetro e área por meio da história da Matemática (Origem das Figuras Planas).

O conteúdo foi introduzido de acordo com o Ensino Desenvolvimental, onde as atividades devem partir do geral para o particular, além disso, a cultura dos alunos foi inserida nas atividades de forma que os conceitos tenham sentido prático e estimulem os alunos a estudarem aquilo que está no seu cotidiano.

Atividade: Com o intuito de conhecer o Nível de Desenvolvimento Real dos alunos, foram formados grupos de discussão para, posteriormente, tais grupos apresentem os resultados para toda a turma. Foi solicitado que fizessem desenhos que representem figuras planas e, durante a apresentação, exemplificassem com elementos da escola ou de casa as figuras planas que destacaram. **(Tempo estipulado: 20 minutos)**. Após este momento, foi perguntado aos alunos se eles sabem como surgiram as figuras planas, quem as descobriu e qual sua utilidade para a sociedade da época e atual. Em seguida, foi exposto, por meio de figuras ilustrativas e, concomitantemente, o pesquisador relatando a história da Matemática de forma geral, até chegar no momento da descoberta das figuras planas **(Tempo estipulado: 20 minutos)**.

Para finalizar a aula, foi solicitado que os alunos descrevessem no Caderno de Anotações individual se a Matemática é importante em suas vidas e

que justificassem suas repostas de acordo com o que foi apresentado na aula **(Tempo estipulado: 10 minutos)**.

ATIVIDADE 2: Exploração do *software* Geogebra por meio de atividades livres com características investigativas.

A familiarização com o *software* proporciona maiores possibilidades nas construções. É importante destacar que o *software* foi utilizado como dispositivo tecnológico no processo de mediação pedagógica realizada pelo pesquisador pela sua dinâmica e fácil manuseio, sendo adequado ao método que foi utilizado na aplicação da proposta. Já que, para Davydov (1988, p. 45) “os instrumentos são ferramentas mediadoras da cultura, que são dotados culturalmente de significados para uso dos indivíduos, e através destes, os indivíduos influenciarem o meio (cultura)”.

As atividades no *software* foram: Criar polígonos livres, regulares e rígidos **(Tempo estipulado: 40 minutos)**. Ao final da aula os alunos descreveram sobre a utilização do *software* como instrumento pedagógico, o que acharam das possibilidades e recursos que o Geogebra oferece **(Tempo estipulado: 10 minutos)**.

ATIVIDADE 3: Motivar os alunos por meio de uma reportagem sobre um aluno vencedor das olimpíadas de Matemática. Introdução dos conceitos de perímetro e área.

Motivar e estimular os alunos, de acordo com o Ensino Desenvolvimental, é muito importante para que os alunos tenham um melhor desempenho no aprendizado. As atividades de estudos devem proporcionar nos alunos esta necessidade de aprender, a sua própria resolução deve estimular os alunos. Davydov (1988) *apud* Freitas e Limonta (2012, p. 82) apontam que:

[...] o desejo de aprender determinado conteúdo está intimamente ligado à motivação para a realização da tarefa – a motivação para a realização da tarefa de uma certa maneira é o elo social (pois a tarefa foi elaborada pelo professor a partir de outras tantas ferramentas culturais), que cria na criança o desejo de participar daquela atividade, de responder às perguntas do professor, de dizer aos outros o que já sabe, enfim, de aprender.

Foi apresentada uma reportagem motivacional, já que a maioria dos alunos estudam menos de 2 horas diárias e se introduziu os conceitos gerais de área e perímetro de acordo com as considerações de Davydov acerca do Ensino

Desenvolvimental, levando aos alunos a possibilidade de concretizar os conhecimentos abstratos adquiridos durante a atividade 1 (História da Matemática) tendo como instrumento pedagógico o *software* Geogebra. Para Davydov (1986, p. 140) o uso do computador, como instrumento pedagógico

[...] favorece o desenvolvimento do pensamento teórico, o que, em certo sentido, pode chamar-se programador ou “programador” ou “operatório”; este pensamento permite aos escolares utilizar os meios lógico-matemáticos para a programação e o planejamento de suas próprias ações cognitivas.

A atividade. No Laboratório de Informática, foi apresentada a reportagem o qual conta a história de “Ricardo Oliveira, o gênio da Matemática” ⁴ com necessidades especiais, financeiras e sociais que conseguiu êxito nos estudos pela força de vontade, Ricardo foi bicampeão da Olimpíada Brasileira e Matemática. **(Tempo estipulado: 8 minutos).**

Utilizando o *software* Geogebra, foi solicitado que os alunos criassem figuras planas regulares com o intuito de analisar a zona de desenvolvimento real acerca de vértices e medidas dos lados destes polígonos. Neste momento, alguns questionamentos foram feitos aos alunos para se chegar à generalização, que é muito importante, pois é a partir daí que os conceitos saem do geral e tendem para o particular **(Tempo estipulado: 30 minutos)**. Ao finalizar a aula foi solicitado que os alunos desenhassem no Caderno de Anotações uma figura plana que está presente em seu cotidiano **(Tempo estipulado: 12 minutos)**.

ATIVIDADE 4: Continuação das atividades da aula anterior; aprofundar nos conceitos e características de perímetro e área.

A opção de mover os objetos proporcionada pelo *software* permite que os alunos sigam cada etapa da Investigação Matemática de forma simples e objetiva, propiciando uma internalização dos conceitos, tornando-os concretos, ou seja, ao fazer com que a aprendizagem se torne intrapessoal, a concretude fica novamente ligada aos conceitos que podem ser utilizados de acordo com a imaginação e criatividade de cada aluno.

Davydov (1986, p. 77) afirma que:

O uso de computadores pode facilitar significativamente a resolução de tarefas de intensificação do processo de ensino-aprendizagem e de

⁴ (Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=2eMOC7tQVf8>>).

aumento do nível deste processo. Neste caso, tem grande importância assegurar psicopedagogicamente a informatização da instrução nas escolas. Na atualidade, há já bastante experiência em prover suporte deste tipo, incorporando computadores na estrutura integral da atividade educacional dos alunos.

Atividades: Após uma breve revisão da aula anterior, a aula teve início com algumas interrogações com o intuito de se chegar à generalização do conceito abordado.

Neste momento, foi solicitado que os alunos construíssem um quadrado com base e altura iguais ao triângulo já construído. As construções foram indicadas passo a passo para que os próprios alunos experimentem, façam suas conjecturas, formalizem e generalizem o conceito de área (**Tempo estipulado: 35 minutos**).

Posteriormente, foi solicitado que construíssem uma figura que está presente em seu cotidiano e calcular sua área de acordo com alguma unidade de medida. A partir daí, os alunos poderão criar conjecturas e testá-las de acordo com as funções do *software* (**Tempo estipulado: 10 minutos**). Neste momento, se retomou com a história da Matemática para concluir a definição do cálculo de área e perímetro, expondo a forma com que os sacerdotes concluíram o conceito. (**Tempo estipulado: 5 minutos**).

ATIVIDADE 5: Utilização de problemas práticos para aprimorar as conjecturas efetuadas nas aulas anteriores sobre perímetro e área.

Freitas e Limonta (2012, p. 77) colocam que “para Davydov (1999), a atividade mental interna é estruturada na criança pela atividade externa com os outros e com os objetos da cultura, num processo de comunicação compartilhada”.

Além disso, Davydov (1986, p. 95) explica que:

Quando os escolares começam a utilizar a abstração e a generalização iniciais como meios para deduzir e unir outras abstrações, elas convertem a formação mental inicial num conceito que registra o “núcleo” do assunto estudado. Este “núcleo” serve, posteriormente, às crianças como um princípio geral pelo qual elas podem se orientar em toda a diversidade do material curricular factual que têm que assimilar, em uma forma conceitual, por meio da ascensão do abstrato ao concreto.

Atividades:

PROBLEMA 1 – A prefeitura irá construir uma praça e necessita de ajuda de uma pessoa com conhecimentos
--

PROBLEMA 2 – Uma pessoa irá construir uma horta. Os canteiros

matemáticos para calcular as medidas de dois lados desta área onde a grama será plantada. Esta área será triangular, conforme a figura a seguir. Sabendo-se que será plantada uma área de 8 metros quadrados de grama, qual deverá ser o comprimento da base e da altura desta área que tem a forma de um triângulo retângulo?	onde as alfaces serão plantadas deverão ter uma área igual a 24 metros quadrados. Quantos metros devem ter os lados do canteiro? Este canteiro poderia ser quadrado?
--	--

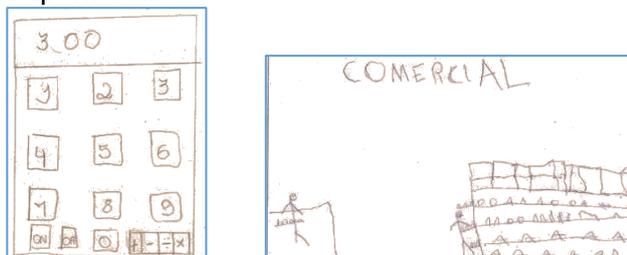
(Tempo estipulado: 25 minutos). Após as resoluções os alunos socializaram as respostas, enfatizando as metodologias utilizadas para os cálculos. **(Tempo estipulado: 15 minutos).** Em seguida, os alunos descreveram nos Cadernos de Anotações como foi o trabalho em grupo e como auxiliaram os demais colegas para chegarem ao resultado final. Além disso, com o intuito de verificar se a aplicação da proposta mudou a postura dos alunos quanto à disciplina de Matemática e sua importância para a sociedade, foi solicitado que respondessem alguns questionamentos sobre a importância da Matemática. **(Tempo estipulado: 10 minutos).**

2.4 Análise das atividades

Para estruturar as atividades foi aplicado um questionário aos alunos que buscou responder algumas perguntas relacionadas ao estudo de forma geral. Outro questionário foi aplicado aos responsáveis dos alunos para identificar o perfil sócio-econômico-cultural familiar, isto para desenvolver atividades que estivessem relacionadas com a vivência de cada aluno.

Para conseguir visualizar a relação dos alunos com a Matemática, foi solicitado que os alunos elaborassem um desenho que representasse a Matemática no seu cotidiano. Alguns alunos fizeram a relação com o dinheiro, como mostra a figura a seguir.

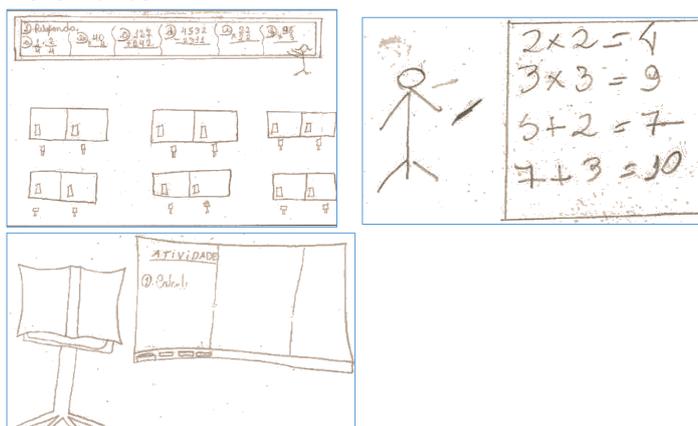
Figura 3 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Calculadora e Supermercado



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Em outros casos, fizeram a relação apenas com a escola e com a memorização da tabuada (Figura 4).

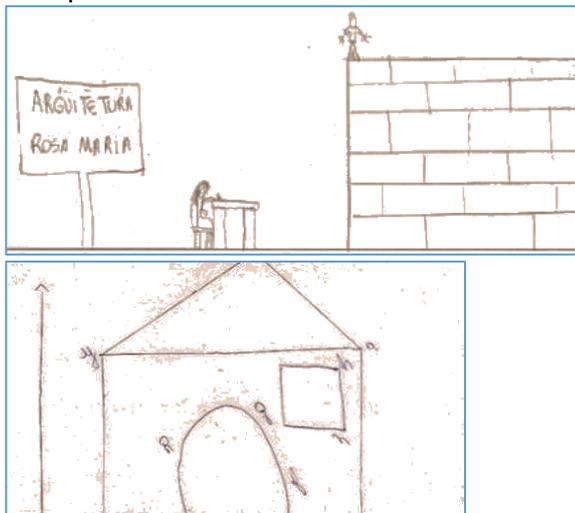
Figura 4 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Aula de Matemática



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Alguns alunos conseguem relacionar a Matemática com o cotidiano, conforme mostra a figura 5. No entanto, foram apenas dois alunos que fizeram tal relação.

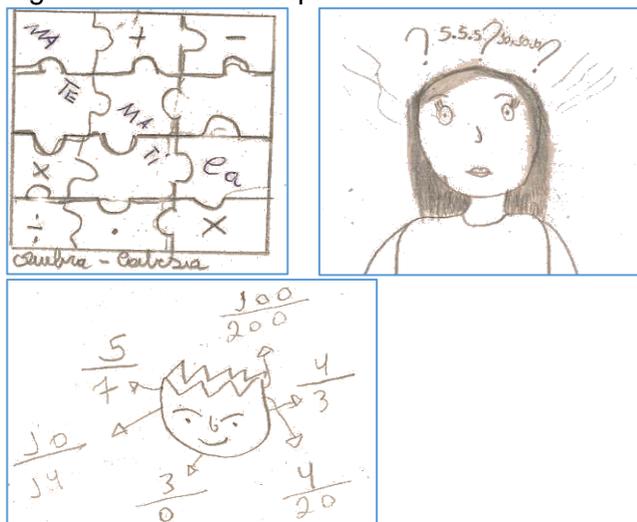
Figura 5 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Relação com a Arquitetura



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Outros casos estão ligados com a dificuldade que tem com a Matemática, a maioria dos alunos desenhou quebra-cabeças e pessoas pensativas, relacionando-a com contas ou problemas para resolver (Figura 6).

Figura 6 – Desenho representando a Matemática no cotidiano



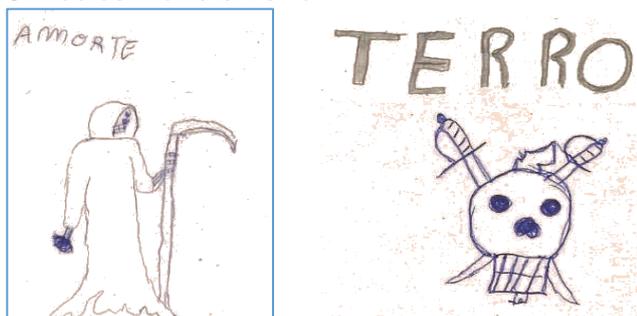
Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Dois casos chamaram a atenção, demonstraram a negatividade que a Matemática tem na visão dos alunos (Figura 7). Estes alunos demonstraram explicitamente o significado da Matemática para eles e, além disso, os outros alunos ao verem os desenhos no momento em que eram feitos, agiram de forma positiva à exposição dos colegas, fato que preocupa, já que esta visão negativa interfere no desenvolvimento matemático de cada um deles.

Quanto a isso, há fatores específicos que estão ligados ao processo de ensino-aprendizagem que podem influenciar negativamente no desenvolvimento intelectual dos alunos. Sanchez (2004, p. 174) aponta algumas dificuldades, entre elas se destaca a seguinte:

Dificuldades originadas no ensino inadequado ou insuficiente, seja porque a organização do mesmo não está bem sequenciado, ou não se proporcionam elementos de motivação suficientes; seja porque os conteúdos não se ajustam às necessidades e ao nível de desenvolvimento do aluno, ou não estão adequados ao nível de abstração, ou não se treinam as habilidades prévias; seja porque a metodologia é muito pouco motivadora e muito pouco eficaz.

Figura 7 – Desenho representando a Matemática no cotidiano – Símbolos: Morte e Terror



Fonte: Elaborada por aluno da pesquisa, 2014.

Mudar esta visão que a Matemática expressa para os alunos não é uma tarefa simples. A utilização da informática e do Ensino Desenvolvimental pode ser uma saída para este problema e é com base nestes dois elementos que a proposta foi estruturada.

Em resumo de todas as atividades propostas e aplicadas, notou-se que durante a resolução das tarefas propostas, os alunos conseguiram atingir o núcleo do objeto de estudo, identificando suas particularidades. A resolução de atividades de estudo estruturadas desta forma fazem com que o pensamento dos alunos faça a ascensão do geral para o particular, conseguindo resolver problemas específicos que dependem de tais ferramentas de mediação para serem resolvidos. Davydov (1986, p. 97) explica que:

[...] quando resolvem a tarefa de aprendizagem, eles dominam inicialmente o procedimento geral de solução de tarefas particulares. A solução da tarefa escolar é importante “não apenas para o caso particular dado, mas para todos os casos do mesmo tipo. Neste ponto, o pensamento dos escolares se move do geral ao particular.

Além disso, o autor aponta que “o professor as ajuda até certo momento, mas gradualmente os alunos adquirem as capacidades correspondentes (é nesse processo justamente que se forma neles a atividade de aprendizagem autônoma, isto é, a capacidade de aprender)” (DAVYDOV, 1986, p 99).

Assim que os alunos conseguiram encontrar os valores resultantes da resolução dos problemas, uma característica do Ensino Desenvolvimental de Davydov se apresenta, pois o autor afirma que “a passagem do geral ao particular se realiza não só concretizando o conteúdo das abstrações iniciais, mas também substituindo-se os símbolos expressos pelas letras por símbolos numéricos concretos” (DAVYDOV, 1986, p. 118).

Finalizando a aplicação da proposta, foi solicitado que os alunos respondessem os seguintes questionamentos no Caderno de Anotações:

i) Como foi o trabalho em grupo e como auxiliaram os demais colegas para chegarem ao resultado final? As respostas mostraram que a interação foi positiva, já que o auxílio de colegas mais capacitados fez com que a maioria dos alunos conseguissem formar os conceitos que foram abordados.

ii) Vocês acham que a Matemática está presente em seu dia-a-dia? Alguns alunos conseguiram desenvolver uma melhor capacidade de ver como a Matemática está presente no seu cotidiano. Seguem algumas respostas:

Quadro 2 – Descrição de relato do questionário final

1 – Vocês acham que a Matemática está presente em seu dia-a-dia? Sim. Em casa ou na escola sempre tem uma conta seja de +, ÷, x ou até – e +, sempre tem.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2014.

Quadro 3 – Descrição de relato do questionário final

Vocês acham que a Matemática está presente em seu dia-a-dia? Sim, porque tudo que eu faço eu uso a Matemática.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2014.

Alguns alunos, conforme mostram os relatos a seguir, não conseguiram mudar a concepção de que a Matemática só é utilizada na escola ou relacionando com o dinheiro.

iii) Qual a importância da Matemática para a vida das pessoas? iv) Você utiliza a Matemática em algum lugar? Da mesma maneira que as respostas anteriores, os alunos demonstraram que visualizam a Matemática de forma mais abrangente e sua utilidade para a sociedade. A minoria dos alunos demonstrou que não conseguem vislumbrar esta disciplina além da escola e dos princípios básicos de contagem, relacionando-a com o dinheiro e com os estudos.

v) Qual a grande importância da Matemática para você? Os dois relatos a seguir mostram o contraste entre dois alunos. Um deles descreve amplamente o uso da Matemática, relacionando com a profissão de seu pai e com outras coisas. Outro, o mesmo que fez o desenho da morte representando a Matemática no questionário inicial, expressando que a Matemática não tem nenhuma utilidade.

Quadro 4 – Descrição de relato do questionário final

Que a Matemática é muito importante pra todos, para você plantar uma horta, pra você pintar uma casa para quantos metros da altura e a largura para você somar e para comprar as tintas, para você medir um portão para colocá-lo na casa, se você trabalhar em um mercado se a outra pessoa fazer uma compra grande tem que somar a compra da pessoa.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2014.

Quadro 5 – Descrição de relato do questionário final

Qual a grande importância da Matemática para você? Nada porque a Matemática é chata mas a gente precisa usá-la né.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador, 2014.

A maioria dos alunos conseguiu demonstrar que a Matemática é importante de forma mais abrangente, conseguindo fazer relações mais pontuais. Poucos alunos não conseguiram fazer esta relação.

Efetuar esta relação é importante para visualizar como o pensamento teórico-científico é formado. Pois Davydov (1988, p. 80) afirma que:

Se este objeto é examinado em si mesmo, fora de certo sistema e da relação com outros objetos, pode converter-se em conteúdo do pensamento empírico. Se o mesmo objeto é analisado dentro de certa concretude e só aqui revela suas verdadeiras particularidades, se converterá em conteúdo do pensamento teórico.

Esta relação é formada de acordo com a capacidade dos alunos de identificarem em outros objetos, características essenciais que foram internalizadas nos objetos de estudo.

Esta é a função primordial da atividade de estudo, proporcionar aos alunos a possibilidade de visualizar os conteúdos estudados na escola na realidade em que estão inseridos, de forma que consigam interferir de forma criativa.

2.5 Processo de internalização

Para explicar o processo de internalização ocorrido durante a aplicação das atividades de estudo, seguem algumas transformações que devem ocorrer para garantir que este processo realmente aconteça. Para Vygotsky (2008, p. 41)

[...] o processo de internalização consiste numa série de transformações:

a) Uma operação que inicialmente representa uma atividade externa é reconstruída e começa a ocorrer internamente. É de particular importância para o desenvolvimento dos processos mentais superiores a transformação da atividade que utiliza signos, cuja história e características são ilustradas pelo desenvolvimento da inteligência prática, da atenção voluntária e da memória.

b) Um processo interpessoal é transformado num processo intrapessoal. Todas as funções no desenvolvimento da criança aparecem duas vezes: primeiro, no nível social, e, depois, no nível individual; primeiro, entre pessoas (interpsicológica), e, depois, no interior da criança (intrapicológica). Isso se aplica igualmente para a atenção voluntária, para a memória lógica e para a formação de conceitos. Todas as funções superiores originam-se das relações reais entre indivíduos humanos.

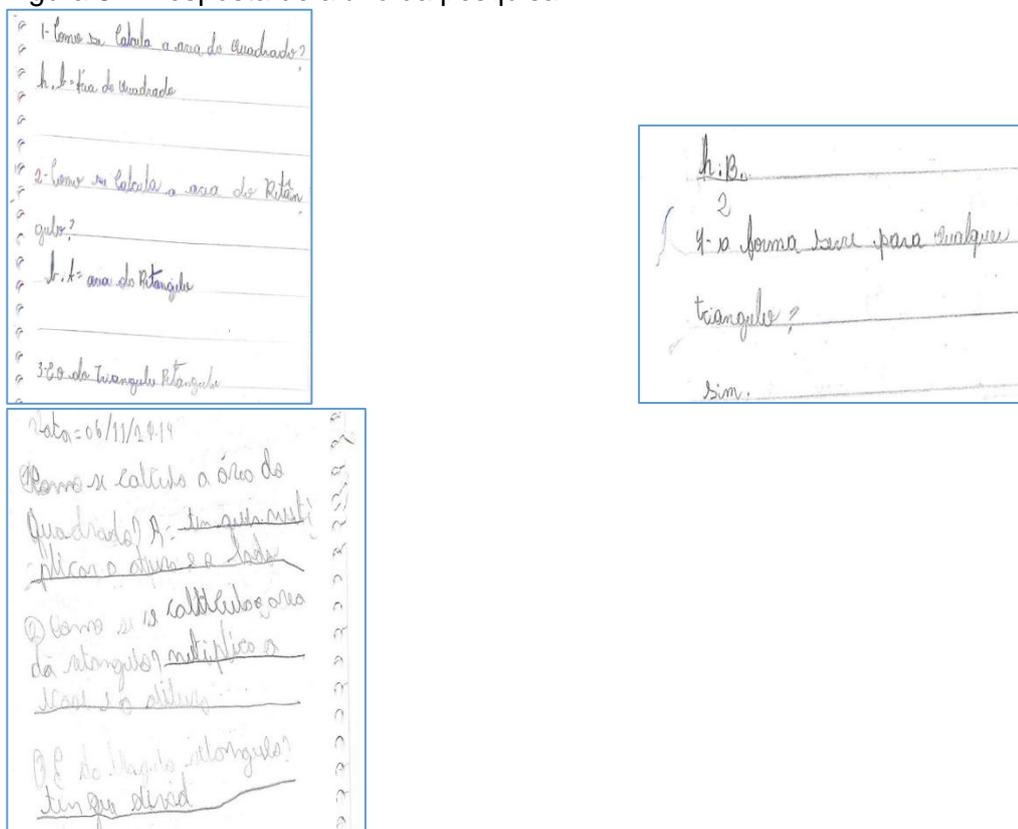
c) A transformação de um processo interpessoal num processo intrapessoal é o resultado de uma longa série de eventos ocorridos ao longo do desenvolvimento. O processo, sendo transformado, continua a existir e a mudar como uma forma externa de atividade por um longo

período de tempo, antes de internalizar-se definitivamente. Para muitas funções, o estágio de signos externos dura para sempre, ou seja, é o estágio final do desenvolvimento.

De acordo com o que se concluiu por meio dos estudos efetuados sobre as atividades embasadas na Teoria Histórico-cultural e no Ensino Desenvolvidor, constatou-se que um ensino satisfatório é aquele que faz com que o aluno se desenvolva cognitivamente. Em outras palavras, é o ensino que leva o aluno a um novo nível de desenvolvimento acerca dos conceitos estudados.

Isto posto, para que os alunos conseguissem resolver os problemas práticos elaborados de acordo com o meio social em que estão inseridos, eles precisavam conseguir organizar por si mesmos as possíveis respostas para os problemas. As afirmações que serão expostas a seguir mostram que os alunos conseguiram atingir o núcleo do objeto de estudo que são as regras para se calcular as áreas dos quadrados, retângulos e triângulos. Quando questionados sobre as formas de se calcular estas áreas, a maioria dos alunos responderam corretamente o método de resolução, conforme mostrado na figura a seguir.

Figura 8 – Resposta de aluno da pesquisa.



Fonte: Aluno da pesquisa, 2014.

Como os alunos conseguiram identificar a essência do objeto, o qual é um pressuposto de Davydov para que o desenvolvimento cognitivo aconteça, os problemas práticos e contextualizados foram aplicados de forma que o objeto de estudo fosse utilizado para tal resolução. Assim sendo, em grupo e com bastante participação de todos, os alunos conseguiram chegar a resultados satisfatórios, podendo verificar que realmente conseguiram internalizar os conceitos que haviam sido estudados.

Assim sendo, pode-se concluir que o aluno internaliza certo conceito no momento em que consegue aplicá-lo em algum momento em que se faz necessária sua utilização para resolver determinado problema específico e, além disso, consegue também reproduzi-lo de forma que suas principais características sejam evidenciadas. Este fator ficou claramente evidenciado no momento das resoluções dos dois problemas e na apresentação que os alunos fizeram para explicar como chegaram aos resultados.

3 CONCLUSÃO

Para que as atividades tenham as características elencadas no Ensino Desenvolvimental, a ação mediadora do professor é essencial, é ele quem organiza o processo de ensino-aprendizagem de forma que os alunos tenham a possibilidade de estarem autônomos durante a construção do conhecimento. Assim sendo, como citado anteriormente, Libâneo e Freitas (2006, p. 3) afirmam que:

Para contribuir para a solução de problemas práticos, fazendo com que os alunos consigam utilizar o objeto de estudo como ferramenta de resolução e formulem tais soluções de forma autônoma é que a proposta foi pensada, estruturada e aplicada. Formular atividades que venham se opor ao que está sendo trabalhado atualmente, sem escolha por parte do professor e também por parte dos alunos que, por sua vez, se contentam com o ensino que lhes é apresentado e exposto de forma inadequada para os tempos atuais.

O processo de apropriação leva o indivíduo à reprodução, em sua própria atividade, das capacidades humanas formadas historicamente. Durante a reprodução, a criança realiza uma atividade que é adequada (mas não idêntica) à atividade encarnada pelas pessoas nestas capacidades (DAVYDOV, 1988, p. 31).

Assim sendo, várias contribuições puderam ser identificadas durante a aplicação da proposta. O Ensino Desenvolvimental propiciou estruturar as

atividades de estudo de forma que alavancassem o processo de ensino-aprendizagem de forma que os alunos sentissem o desejo de aprender, estando motivados a participarem das atividades propostas. O papel do professor como mediador de todo o processo possibilita uma melhor forma de conduzir as aulas, levando os alunos a estarem ativos durante o processo, facilitando a apropriação dos conceitos estudados.

As etapas propostas pela Investigação Matemática contribuíram efetivamente para o desenvolvimento das atividades, já que nortearam os procedimentos que o professor mediador teria que aplicar durante a realização das atividades por parte dos alunos e também, nas exposições e interrogações feitas durante as aulas.

O *software* matemático Geogebra foi essencial no momento da visualização simbólica dos cálculos efetuados pelos alunos no momento da contextualização, já que o *software* possibilita a criação de figuras planas quaisquer e os alunos demonstraram muita criatividade neste momento da aula. Além disso, foi importante no momento em que os cálculos dos tipos de triângulos foram demonstrados por meio de sua opção de mover os objetos. Conseqüentemente, mostrou aos alunos e à professora regente as potencialidades que a tecnologia informática proporciona, incentivando o uso de dispositivos de informática como instrumentos facilitadores do processo de ensino-aprendizagem.

Os resultados encontrados só foram possíveis pela integração destes recursos, o Ensino Desenvolvimental, a Investigação Matemática e o *software* Geogebra, haja vista que as bases metodológicas utilizadas propiciaram várias vantagens na elaboração, aplicação e análise das atividades de estudo. Os processos de estruturação das atividades elencadas pelo Ensino Desenvolvimental levaram os alunos a participarem ativamente de todas as etapas das atividades, a Investigação Matemática possibilitou que o pesquisador tivesse o controle de todos os procedimentos necessários durante as aulas e o *software* Geogebra foi um dispositivo que auxiliou de forma prática e objetiva a realização das tarefas por parte dos alunos, mostrando que foi a escolha ideal para a realização das atividades pela sua dinamicidade e fácil manuseio, fatores que não são encontrados facilmente em um único *software*.

A Teoria do Ensino Desenvolvimental proporciona várias possibilidades aos educadores, sua forma de estruturar as atividades de estudo pode ser utilizada por diversas áreas do conhecimento. Logo, o processo de ensino-aprendizagem da Matemática necessita de mais pesquisas realizadas no âmbito das escolas, mostrando aos professores que existem várias formas de estruturarem suas aulas de acordo com os conteúdos que serão estudados, levando os alunos a sentirem o desejo em aprender um conteúdo que lhes façam sentido e estejam motivados a estarem sempre buscando desenvolverem intelectualmente.

REFERÊNCIAS

AULETE, Caldas. **Minidicionário contemporâneo da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2004.

DAVYDOV, V. V. **Problemas do Ensino Desenvolvidor** - A Experiência da Pesquisa Teórica e Experimental na Psicologia. Tradução de José Carlos Libâneo e Raquel A. M. da Madeira Freitas. 1988. Disponível em: <<http://professor.ucg.br/SiteDocente/admin/arquivosUpload/5146/material/Davydov%20Texto%20completo%202009%20jun.doc>>. Acesso em: 04 de jan. de 2015.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. rev. Campinas-SP: Autores Associados, 2012. (Coleção Formação de Professores).

FREITAS, Raquel Aparecida Marra da Madeira; LIMONTA, Sandra Valéria. **A educação científica da criança: contribuições da teoria do ensino desenvolvimental**. Linhas Críticas, Brasília, DF, v. 18, n. 35, p. 69-86, jan./abr. 2012.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Cidades – Caiapônia**. 2014. Disponível em: <<http://cidades.ibge.gov.br/xtras/perfil.php?codmun=520440>>. Acesso em: 14 de dezembro de 2014.

LIBÂNEO, José Carlos. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a Teoria Histórico-cultural da Atividade e a contribuição de Vasili Davydov. In: **Revista Brasileira de Educação**. Set /Out /Nov /Dez 2004, N. 27.

_____. **O essencial da didática e o trabalho de professor** - em busca de novos caminhos. PUC-GO: Goiânia, 2001.

LIBÂNEO, José Carlos; FREITAS, Raquel A. M. da M. VYGOTSKY, LEONTIEV, DAVYDOV – TRÊS APORTES TEÓRICOS PARA A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA A DIDÁTICA. In: **IV Congresso Brasileiro de História da Educação**. 2006. Eixo temático: 3. Cultura e práticas escolares. Disponível em: <<http://www.sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe4/individuais-coautorais/eixo03/Jose%20Carlos%20Libaneo%20e%20Raquel%20A.%20M.%20da%20M.%20Freitas%20-%20Texto.pdf>>. Acesso em: 12/jan./2014.

_____. Vasily Vasilyevich Davydov: a escola e a formação do pensamento teórico-científico. In: LONGAREZI, Andréa Maturano; PUENTES, Roberto Valdés (orgs.). **Ensino Desenvolvidor: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos**. EDUFU: Uberlândia, 2013.

LONGAREZI, Andréa Maturano; FRANCO, Patrícia Lopes Jorge. A. N. Leontiev: a vida e a obra do psicólogo da atividade. In: LONGAREZI, Andréa Maturano; PUENTES, Roberto Valdés. **Ensino Desenvolvidor: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos**. 2. ed. Uberlândia: EDUFU, 2015.

MARX, K. **Manuscritos econômicos e filosóficos** – terceiro manuscrito. Trad. de Alex Marius. São Paulo: Martin Claret, 2004. (Coleção obra prima de cada autor).

_____. **Para a crítica da economia política.** Salário, preço e lucro. O rendimento e suas fontes. São Paulo: Abril Cultural, 1982.

MERLO, Clinton André; ASSIS, Raquel Trindade de. **O USO DA INFOMÁTICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA.** REUNI – REVISTA UNIJALES / EDIÇÃO 4 / Nº 4 / ANO V, 2010. ISSN 1980-8925 (versão eletrônica). Disponível em: <<http://www.reuni.pro.br>>. Acesso em: 12/nov./2014.

PERES, Thalitta de Carvalho; FREITAS, Raquel Aparecida Mara da Madeira. Ensino Desenvolvidor: uma alternativa para a Educação Matemática. In: **Poiésis - Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação** - Mestrado - Universidade do Sul de Santa Catarina. Unisul, Tubarão, Volume Especial, p. 10 - 20, jan/Jun 2014.

PONTE, J. P; FERREIRA, C. BRUNHEIRA, L; OLIVEIRA, H; VARANDAS, J. Investigando as aulas de investigações Matemáticas. In: ABRANTES, P; PONTE, J. P; FONSECA, H; BRUNHEIRA, L. (Orgs.). **Investigações Matemáticas na aula e no currículo.** Lisboa: Projecto Matemática Para Todos e Associação de Professores de Matemática, 1999.

_____. **O trabalho do professor numa aula de investigação Matemática.** 1998. Quadrante, 7(2), 41-70.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na sala de aula.** 3. ed. rev. ampl. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

PUENTES, Roberto Valdés. LONGAREZI, Andréa Maturano. Escola e Didática Desenvolvidor: seu campo conceitual na tradição da Teoria Histórico-cultural. In: **Educação em Revista.** Belo Horizonte, 2012.

SANCHEZ, Jesús Nicasio Garcia. **Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica.** Porto Alegre: Artmed, 2004.

SILVA, Guilherme Henrique Gomes da; PENTEADO, Miriam Godoy. **O Trabalho Docente com Geometria Dinâmica em uma Perspectiva Investigativa.** 2009. I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia. Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia – PPGET. Disponível em: <http://www.sinect.com.br/anais2009/artigos/10%20Ensinodematematica/Ensinodematematica_artigo17.pdf>. Acesso em: 11/mar./2015. ISBN: 978-85-7014-048-7.

SOARES, Fernanda Chaves Cavalcante. **O Ensino Desenvolvidor e a aprendizagem de Matemática na primeira fase do Ensino Fundamental.** Dissertação (mestrado) – Universidade Católica de Goiás, Mestrado em Educação, 2007.

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Franco. **Introdução à pesquisa em ciências sociais:** a pesquisa qualitativa em educação. 1. ed. 22. reimp. São Paulo: Atlas, 2013.

VAZ, Caroline Rodrigues; FAGUNDES, Alexandre Borges e PINHEIRO, Nilcéia A. Maciel. O surgimento da ciência, tecnologia e sociedade (CTS) na educação: uma revisão. **Anais do I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia,** Curitiba, 2009. ISBN: 978-85-7014-048-7. Disponível em:

<http://www.pg.utfpr.edu.br/sinect/anais/artigos/1%20CTS/CTS_Artigo8.pdf>. Acesso em: 10/out./2013.

VAZ, Duelci Aparecido de Freitas. **Experimentando, Conjecturando, Formalizando e Generalizando**: articulando Investigação Matemática com o Geogebra. Revista Educativa, Goiânia, v. 15, n. 1, p. 39-51, jan./jun. 2012.

VAZ, Duelci Aparecido de Freitas; JESUS, Paulo Cesar Cruvinel de. **Uma sequência didática para o ensino da Matemática com o software Geogebra**. Revista estudos, Goiânia, v. 41, n. 1, p. 59-75, jan./mar. 2014.

VYGOTSKI, Lev Semenovich. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. Organizadores: Michael Cole, Vera John-Steiner, Sylvia Scribner, Ellen Souberman. Tradução: José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 7.^a ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

_____. **Pensamento e Linguagem**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1989.